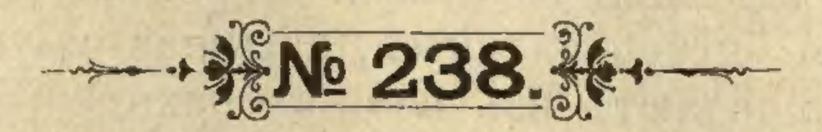
XX Сем. 10-го Мая 1896 г. № 10.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



ИСКУССТВЕННЫЕ АЛМАЗЫ.

Три года тому назадъ Moissan'у удалось, какъ извѣстно, получить небольшое количество микроскопическихъ кристалловъ алмаза, насыщая чугунъ углеродомъ при высокой температурѣ и быстро охлаждая полученный растворъ *). Такъ какъ чугунъ расширяется при затвердѣваніи, и такъ какъ при быстромъ охлажденіи на поверхности чугуна образуется твердая кора, то внутри куска развивается очень сильное давленіе. При этихъ условіяхъ часть углерода выкристаллизовывается въ ноздринахъ чугуна въ формѣ алмаза.

Въ послѣднее время Moissan возвратился къ этимъ опытамъ и производилъ ихъ при различныхъ условіяхъ, стремясь достигнуть возможно удобнаго и быстраго охлажденія расплавленнаго чугуна, а слѣдовательно и возможно большаго давленія **).

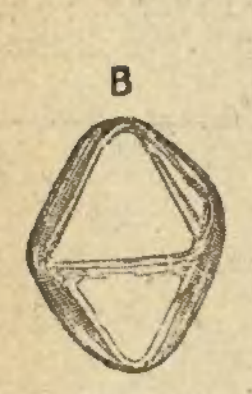
Очевидно, что наиболѣе удобно получить жидкую массу въ видѣ сферы и затѣмъ подвергнуть ее значительному давленію. Этого можно достигнуть, заставляя капать съ извѣстной высоты пересыщенный углеродомъ жидкій чугунъ и быстро охлаждая эти капли въ ртутной ваннѣ.

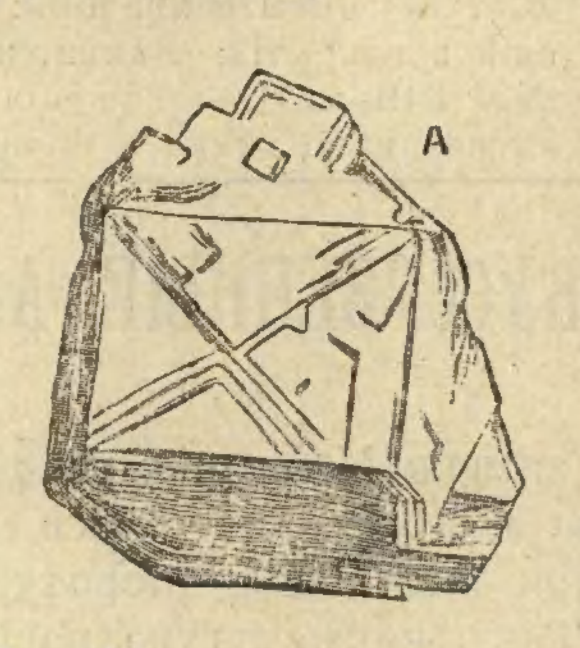
Для опытовъ служила общеизвѣстная печь Moissan'a, въ которой подъ вліяніемъ вольтовой дуги развивается температура до 3,500°. Въ днѣ этой печи было сдѣлано цилиндрическое отверстіе діаметромъ въ 6 cm.

*) *Р. Прендель.* Искусственные алмазы. „Вѣстникъ Оп. Физики", XIV сем., стр. 97—99.

**) *H. Moissan.* Sur quelques experiences nouvelles relatives à la préparation du diamant. C. R. CXXIII, 206—210.

Угольные электроды имѣли въ діаметрѣ 5 cm. Положительный электродъ былъ просверленъ, такъ что вдоль его оси былъ каналъ въ 1,8 cm діаметромъ. Въ этотъ каналъ вставлялся желѣзный стержень, который можно было вдвигать или выдвигать по желанію. Печь располагалась на двухъ подставкахъ, а подъ ней находился желѣзный сосудъ, содержавшій слой ртути въ 10 cm высотой и слой воды около 20 cm высотой. Пользуясь токомъ въ 1000 амперъ и 60 вольтъ производили между электродами вольтову дугу и черезъ 2—3 минуты, когда въ печи устанавливалась надлежащая температура, при которой известь обращается въ пары, медленно вдвигали желѣзный стержень. Приближаясь къ вольтовой дугѣ, желѣзо быстро плавится, насыщается углемъ и капли образовавшагося чугуна падаютъ изъ печи въ находящійся подъ нею сосудъ, проходятъ сквозь слой воды и, благодаря пріобрѣтенной скорости, достигаютъ дна сосуда, всплывая затѣмъ на поверхность ртути и быстро охлаждаясь вслѣдствіе значительной ея теплопроводности. Плавленіе желѣза идетъ быстро и въ короткое время удается обработать такимъ образомъ нѣсколько килограммовъ желѣза.





Фиг. 52.

Получающіяся зерна или дробины чугуна имѣютъ различную форму: нѣкоторыя изъ нихъ имѣютъ форму правильныхъ и весьма однородныхъ сферъ и эллипсоидовъ діаметромъ отъ 1 cm до 4—5 mm, другія неправильной формы, ноздреваты, съ болѣе или менѣе значительными полостями внутри, легко раздроблялись молоткомъ. Зерна правильной формы были отобраны и обработаны кислотами для растворенія желѣза, угля и графита, причемъ въ осадкѣ получились черные и прозрачные алмазы. Послѣдніе были въ видѣ микроскопическихъ кристалловъ, изъ числа которыхъ нѣкоторые обладали замѣчательно правильной формой, какъ это видно изъ фиг. 52. Одинъ изъ этихъ кристалловъ, имѣвшій форму октаэдра, наибольшее измѣреніе котораго равнялось 0,016 mm, тонулъ въ іодистомъ метиленѣ и сгорѣлъ при накаливаніи, давая угольную кислоту. Эти микроскопическіе кристаллы чертили рубинъ и обладали блескомъ и видомъ алмаза.

Затѣмъ опыты были нѣсколько видоизмѣнены.

Электрическая печь была расположена надъ колодцемъ глубиною въ 32m, на днѣ котораго находилось желѣзное ведро, содержавшее воду и ртуть. Когда въ печи установилась надлежащая температура, въ нее вдвигали желѣзный стержень, стараясь расплавить сразу возможно большее количество желѣза, чтобы получить дробины большого діаметра. Тогда получались дробины діаметромъ въ 2—3 cm, которыя падали вертикально, образуя время отъ времени искры и исчезая безъ шума въ водѣ, помѣщенной на днѣ колодца.

Этотъ опытъ оказался неудачнымъ: чугунныя дробины, — вѣрнѣе пули,—пріобрѣтали при паденіи большую скорость и, не успѣвая охладиться въ небольшомъ сравнительно слоѣ ртути, разбивались въ обломки различной формы.

Во время опыта наблюдались два любопытныхъ факта.

Когда какая нибудь изъ чугунныхъ сферъ ударялась о бадью, въ центрѣ которой стояло металлическое ведро, или касалась почвы, она давала пламя и разлеталась въ блестящіе шарики съ шумомъ, подобнымъ ружейному выстрѣлу. Металлическій шарикъ казался насыщеннымъ газомъ и блестѣлъ подобно болиду.

Второй подмѣченный фактъ заключался въ слѣдующемъ:

Въ тотъ моментъ, когда металлическій шарикъ выходитъ изъ электрической печи, онъ обладаетъ ослѣпительнымъ блескомъ. Не смотря на быстроту паденія, блескъ этотъ значительно уменьшается, когда шарикъ пройдетъ всего $^1/_2$ метра. Помѣстившись въ камерѣ, устроенной на днѣ колодца, Moissan могъ ясно видѣть шарики въ моментъ ихъ соприкосновенія съ поверхностью воды: ихъ цвѣтъ не оставлялъ сомнѣнія въ томъ, что температура шарика значительно понижается во время паденія.

Кромѣ этихъ опытовъ, Moissan стремился достичь быстраго охлажденія еще и другимъ путемъ.

На токарномъ станкѣ былъ выточенъ желѣзный цилиндръ, длиною въ 18 cm и діаметромъ въ 14 cm. Затѣмъ въ печи расплавляли 400g желѣза, которое тамъ же насыщалось углемъ. Жидкость эта вливалась въ описанную желѣзную форму, которая послѣ того быстро закрывалась желѣзнымъ стержнемъ.

При этихъ условіяхъ охлажденіе происходитъ чрезвычайно быстро. Послѣ охлажденія весь металлъ, составляющій форму, удалялся при помощи токарнаго станка, а оставшаяся чугунная болванка обрабатывалась кислотами. Опытъ далъ хорошіе результаты. Получилось нѣсколько больше алмазовъ, чѣмъ при описанныхъ выше опытахъ, и нѣкоторыя частицы хорошо выкристаллизовались и были вполнѣ прозрачны. Алмазъ сопровождался графитомъ въ формѣ кристалловъ плотности 2,35.

Чтобы еще больше увеличить скорость охлажденія, желѣзную форму замѣнили мѣдной тѣхъ же размѣровъ, такъ какъ теплопроводность мѣди значительно больше теплопроводности желѣза. Количество алмазовъ не увеличилось, но они были очень прозрачны, а нѣкоторые содержали вкрапленія.

Moissan'омъ было произведено еще нѣсколько попытокъ полученія алмазовъ, но онѣ не имѣли успѣха.

Что полученные Moissan'омъ кристаллы суть дѣйствительно алмазы, это доказывается ихъ блескомъ, твердостью (чертятъ рубинъ), высокимъ удѣльнымъ вѣсомъ (тонутъ въ іодистомъ метиленѣ) и способностью сгарать при высокой температурѣ, давая углекислоту. 0,0057g алмазовъ, полученныхъ Moissan'омъ, дали 20,5 mm угольной кислоты, вмѣсто 20,9 mm, которыхъ требуетъ теорія.

По всей вѣроятности Moissan еще вернется къ этимъ опытамъ, которые, имѣя громадный теоретическій интересъ, не имѣютъ пока

никакого практическаго значенія благодаря своей дороговизнѣ и ничтожному количеству получающихся алмазовъ.

В. Гернетъ.

РЯДЫ СЪ ПОСТОЯННЫМЪ ИЗБЫТКОМЪ.

Отвѣтъ на тему, предложенную профессоромъ Ермаковымъ въ № 188 „Вѣстника Опытной Физики".

*(Окончаніе *).*

III. Ряды съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ.

1. Теорема. *Рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ есть также рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ.*

Въ случаѣ $k = 0$, провѣряемъ теорему непосредственно на рядѣ (5).

Въ случаѣ чистаго или смѣшаннаго ряда съ конечнымъ избыткомъ, отличнымъ отъ нуля, по формулѣ (4) имѣемъ:

$$u_n = k.(u_{n-1} + u_{n+1}),$$

$$k.(u_n + u_{n+2}) = u_{n+1}.$$

Перемножая эти уравненія, имѣемъ:

$$k.(u^2_n + u_n \cdot u_{n+2}) = k(u_{n-1} \cdot u_{n+1} + u^2_{n+1})$$

или:

$$u^2_n + u_n \cdot u_{n+2} = u^2_{n+1} + u_{n+1} \cdot u_{n-1} \qquad (36)$$

откуда:

$$u^2_n - u_{n-1} \cdot u_{n+1} = u^2_{n+1} - u_n \cdot u_{n+2} \qquad (37),$$

что и доказываетъ теорему.

Въ случаѣ чистаго или смѣшаннаго ряда съ безконечнымъ избыткомъ имѣемъ по формулѣ (3):

$$u_n + u_{n+2} = u_{n-1} + u_{n+1} = 0.$$

Отсюда:

$$(u_{n-1} + u_{n+1}) \cdot u_{n+1} = (u_n + u_{n+2}) \cdot u_n,$$

или

$$u^2_n + u_n \cdot u_{n+2} = u^2_{n+1} + u_{n-1} \cdot u_{n+1},$$

т. е. снова имѣемъ уравненіе (36).

---

*) См. „Вѣстника Оп. Физики" № 237.

2. **Теорема.** *Рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, въ которомъ всѣ члены, начиная со второго, не равны нулю, есть чистый рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ.*

Изъ ур-ія (37) вытекаетъ:

$$(u_{n-1}+u_{n+1}) \cdot u_{n+1} = (u_n + u_{n+2}) \cdot u_n \tag{38}$$

Въ предложенномъ ряду ариѳметическій избытокъ второго члена либо конечная величина, либо безконечность.

Изъ равенства же (38) слѣдуетъ, такъ какъ оно справедливо при всякомъ n:

$$(u_1+u_3) \cdot u_3 = (u_2+u_4) \cdot u_2$$

Такъ какъ u_2 и u_3 не нули, то при

$$u_1+u_3=0$$

и

$$u_2+u_4=0.$$

Наоборотъ, при u_1+u_3 не равномъ нулю, и u_2+u_4 не нуль. Такъ что, если второй членъ имѣетъ безконечный избытокъ, то третій тоже; если второй членъ имѣетъ конечный избытокъ, то и третій имѣетъ конечный.

Полагая теперь въ ур-іи (38) $n=3, 4, 5 \ldots\ldots$ подобнымъ-же образомъ выводимъ: если второй членъ имѣетъ безконечный избытокъ, то всѣ члены имѣютъ безконечный избытокъ; такой рядъ отнесенъ нами къ чистымъ.

Если же второй членъ имѣетъ конечный избытокъ, то и всѣ члены имѣютъ конечный избытокъ, т. е. сумма $u_{n-1}+u_{n+1}$, начиная съ $n=2$, не нуль.

Въ этомъ случаѣ мы можемъ раздѣлить ур—іе (38) на произведеніе $(u_{n-1}+u_{n+1}) \cdot (u_n+u_{n+2})$, отличное отъ нуля.

Тогда имѣемъ:

$$\frac{u_n}{u_{n-1}+u_{n+1}} = \frac{u_{n+1}}{u_n+u_{n+2}}, \tag{39}$$

откуда и слѣдуетъ, что данный рядъ есть рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ; онъ чистый, такъ какъ и числители и знаменатели въ обѣихъ дробяхъ ур-ія (39) не нули.

3. **Теорема.** *Если въ ряду съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ первый и второй членъ равны нулю, то всѣ члены ряда равны нулю; если же два сосѣднихъ члена въ срединѣ ряда равны нулю, то первый членъ произволенъ, а остальные равны нулю.*

Пусть

$$u_n=0,\ u_{n+1}=0; \tag{40}$$

тогда:

$$u^2_{n+1} - u_n \cdot u_{n+2} = u^2_{n+2} - u_{n+1} \cdot u_{n+3},$$

или:

$$0^2 - 0 \cdot u_{n+2} = u^2_{n+2} - 0 \cdot u_{n+3}$$

откуда

$$u_{n+2}=0.$$

Полагая послѣдовательно $n=1$, 2 и т. д., докажемъ первую часть теоремы.

Для доказательства второй части теоремы возьмемъ равенство:

$$u_n^2-u_{n+1}u_{n-1}=u_{n-1}^2-u_n\,.\,u_{n-2},$$

или, по ур-iю (40),

$$0^2-0\,.\,u_{n-1}=u_{n-1}^2-0\,.\,u_{n-2},$$

откуда

$$u_{n-1}=0.$$

Дойдя послѣдовательно до равенства $u_2=0$, имѣемъ:

$$u_3^2-u_2\,.\,u_4=u_2^2-u_3\,.\,u_1,$$

или:

$$0\,.\,u_1=0,$$

что справедливо тождественно; поэтому первый членъ произволенъ.

Слѣдствiе. Рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, въ которомъ есть пара сосѣднихъ нулей, есть либо смѣшанный рядъ съ ариѳметическимъ избыткомъ нуль, либо рядъ съ неопредѣленнымъ ариѳметическимъ избыткомъ.

4. **Теорема.** *Если въ срединѣ ряда съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, въ которомъ нѣтъ сосѣднихъ нулей, есть членъ, равный нулю, то члены, смежные этому нулю, равны по абсолютной величинѣ и противны по знаку.*

Пусть

$$u_n=0;$$

тогда:

$$u_n^2-u_{n-1}\,.\,u_{n+1}=u_{n+1}^2-u_n\,.\,u_{n+2},$$

или:

$$-u_{n-1}\,.\,u_{n+1}=u_{n+1}^2$$

откуда:

$$u_{n+1}=-u_{n-1}.$$

5. **Теорема.** *Пусть въ ряду съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ безъ сосѣднихъ нулей* u_n *будетъ первый нуль, стоящiй въ срединѣ ряда.*

Тогда начало ряда отъ перваго члена до члена u_{n+1} *включительно, т. е. группа членовъ*

$$u_1,\ u_2\ ,\ .\ .\ .\ .\ .\ u_{n-1},\ u_n,\ u_{n+1},$$

составляетъ смѣшанный рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ.

Такъ какъ $u_n=0$, а $u_{n-1}=-u_{n+1}$ по теоремѣ III,4, то n-й членъ имѣетъ неопредѣленный ариѳметическiй избытокъ.

Что касается группы $u_1, u_2, \ldots u_{n-1}, u_n$, въ которой, по предложенію $u_2, u_3, \ldots u_{n-1}$ не нули, то въ ней всѣ члены имѣютъ либо безконечный ариѳметическій избытокъ, либо равные конечные ариѳметическіе избытки.

Доказать это легко, по способу, изложенному въ теоремѣ III,2.

Примѣчаніе. Группу членовъ $u_1, u_2 \ldots u_{n-1}, u_n, u_{n+1}$, оканчивающуюся членомъ, слѣдующимъ за нулемъ, назовемъ *основною*.

6. **Задача.** *Продолжить основную группу въ ряду съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, имѣющемъ нуль въ срединѣ ряда, сохраняя тотъ же геометрическій избытокъ.*

Подставивъ вмѣсто u_n нуль и назвавъ u_{n+1} черезъ m, можно представить рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, начиная съ n-го члена, въ видѣ:

$$t_1,\ t_2,\ t_3 \ldots, \tag{41}$$

гдѣ

$$t_1 = u_n = 0, \text{ а } t_2 = m.$$

Геометрическій избытокъ въ этомъ ряду долженъ быть равенъ избытку основной группы, т. е. m^2.

Дѣйствительно, для u_n избытокъ въ основной группѣ равенъ

$$0^2 - m.(-m) = m^2.$$

По теоремамъ (III,2 и 5) рядъ (41) есть либо чистый рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ, либо есть рядъ, основная группа котораго представляетъ изъ себя смѣшанный рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ.

Наоборотъ, по теоремѣ (III,1) заключаемъ, что, найдя чистый рядъ съ какимъ либо ариѳметическимъ избыткомъ, въ которомъ $t_1 = 0$, $t_2 = m$, получимъ одно изъ возможныхъ продолженій основной группы, такъ какъ второй членъ этого ряда имѣетъ требуемый геометрическій избытокъ, независимо отъ величины третьяго члена.

По той же теоремѣ 1-й заключаемъ, что, найдя смѣшанный рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ, въ которомъ $t_1 = 0, t_2 = m$, получимъ вторую основную группу, могущую служить продолженіемъ предложенной основной группы.

Отсюда слѣдуетъ способъ нахожденія всѣхъ возможныхъ рѣшеній задачи.

Членъ t_3 выбираемъ совершенно произвольно.

Пусть $t_3 = l$.

Тогда ариѳметическій избытокъ члена t_2 есть

$$\frac{m}{l},$$

а потому и ариѳметическій избытокъ всего ряда (41) есть $\frac{m}{l}$.

Теперь остается рѣшить задачу: найти рядъ съ постояннымъ

ариѳметическимъ избыткомъ $\frac{m}{l}$, въ которомъ первый членъ равенъ 0, а второй m.

Если l выбрано такъ, что

$$\frac{m}{l} = \pm \frac{1}{2},$$

то придется прибѣгнуть къ формуламъ (24) и (25); онѣ даютъ:

$$a = 0; \pm (a + b) = m, \text{ т. е. } b = \pm m.$$

Рядъ $0, m, \pm 2m, 3m, \pm 4m, 5m, \ldots\ldots\ldots,$

оказывающійся чистымъ, даетъ въ этомъ случаѣ самое общее продолженіе основной группы.

Если l выбрано такъ, что

$$\left| \frac{m}{l} \right| < \frac{1}{2}$$

или (42).

$$\frac{m}{l} = \frac{1}{2} \cdot \sec. \, a\pi,$$

гдѣ a — число ирраціональное, то рядъ будетъ тоже чистый, вида

$$Aq^{n-1} + \frac{B}{q^{n-1}}.$$

Въ этомъ ряду q есть одинъ изъ корней ур-ія (8), гдѣ k замѣнено черезъ $\frac{m}{l}$.

Числа A и B выбраны такъ, что

$$A + B = 0,$$

$$Aq + \frac{B}{q} = m, \qquad (43)$$

откуда:

$$A = \frac{m}{q - \frac{1}{q}}, B = -\frac{m}{q - \frac{1}{q}} \qquad (44)$$

Формулы (44) всегда дадутъ конечное рѣшеніе, такъ какъ, въ виду условій (42) q отлично отъ ± 1.

Если же l выберемъ такъ, что

$$\frac{m}{l} = \frac{1}{2} \sec \beta\pi,$$

гдѣ β раціональное число, то q въ формулѣ (23) окажется корнемъ четной степени изъ единицы; пусть показатель этой степени равенъ $2p$.

Числа A и B подчиняются попрежнему ур-іямъ (43), откуда $A = - B$, что можно записать въ видѣ

$$A = - B \,.\, q^{2p} \;.$$

Поэтому (гл. II, 13) продолженіемъ ряда является смѣшанный рядъ съ безчисленнымъ количествомъ членовъ, равныхъ нулю. Выдѣливъ въ этомъ смѣшанномъ ряду одну основную группу или нѣсколько, мы можемъ опять продолжить ихъ или новымъ чистымъ рядомъ, или смѣшаннымъ съ безконечнымъ числомъ нулей.

7. **Различные виды рядовъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ.**—Рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, начиная со второго члена, либо имѣетъ члены, равные нулю, либо нѣтъ.

Если въ немъ нѣтъ нулей, начиная со второго члена, то, изъ теоремъ 1 и 2 слѣдуетъ, что всѣ такіе ряды суть не что иное, какъ чистые ряды съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ.

Если, начиная со второго члена, въ ряду съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ есть нули, то въ немъ либо есть пара сосѣднихъ нулей, либо нѣтъ ея.

Если есть пара сосѣднихъ нулей, то, по теоремѣ (III,3) рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ есть либо смѣшанный рядъ съ ариѳметическимъ избыткомъ 0, либо рядъ съ неопредѣленнымъ ариѳметическимъ избыткомъ.

Если же нуль встрѣчается только въ одиночку, то, по теоремамъ 5, 1, 6 главы III-й, рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ есть либо смѣшанный рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ, либо соединеніе основной группы смѣшаннаго ряда съ чистымъ рядомъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ, либо соединеніе нѣсколькихъ основныхъ группъ нѣсколькихъ смѣшанныхъ рядовъ съ постоянными ариѳметическими избытками, законченное чистымъ рядомъ, либо соединеніе безчисленнаго числа основныхъ группъ, взятыхъ изъ различныхъ рядовъ. При этомъ, конечно, нѣсколько основныхъ группъ, послѣдовательно соединенныхъ, могутъ принадлежать одному и тому же смѣшанному ряду.

Отсюда слѣдуетъ **теорема.** *Рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ есть либо чистый рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ, либо смѣшанный, либо сліяніе основныхъ группъ нѣсколькихъ смѣшанныхъ рядовъ, законченное чистымъ рядомъ, либо сліяніе безконечнаго числа основныхъ группъ разныхъ смѣшанныхъ рядовъ.*

8. **Задача.** *Найти рядъ съ постояннымъ геометрическимъ избыткомъ, равнымъ* M.

Найдемъ постоянный геометрическій избытокъ въ рядахъ (23), (24), (25). Для этого достаточно вычислить, напримѣръ, геометрическій избытокъ второго члена. Изъ ур-ія (23) слѣдуетъ:

$$M = \left(Aq + \frac{B}{q}\right)^2 - (A + B)\left(Aq^2 + \frac{B}{q^2}\right) = - AB \,.\left(q - \frac{1}{q}\right)^2 . \quad (45)$$

Ур-ія (24) и (25) даютъ:

$$M=[(\pm 1)^{n-1}(a+b)]^2-[(\pm 1)^{n-1}a\,.(\pm 1)^{n-1}(a+2b)]=b^2. \qquad (46).$$

Рѣшимъ сначала вопросъ въ случаѣ $M=0$.

Формула (45) даетъ для этого случая рѣшенія:

$$1)\ A=0,\ 2)\ B=0,\ 3)\ q=\pm 1.$$

Формула (46) даетъ $b=0$.

Составивъ ряды, соотвѣтствующіе этимъ рѣшеніямъ, увидимъ, что всѣ они заключены въ общей формулѣ геометрической прогрессіи. Это и будетъ самое общее рѣшеніе вопроса, такъ какъ геометрическая прогрессія даетъ либо рядъ чистый, либо рядъ съ сосѣдними нулями. Пусть теперь M не равно нулю.

Если уравненіе (45) рѣшимъ въ связи съ уравненіемъ (28) $B=-Aq^{2(p-1)}$,*) причемъ q возьмемъ вполнѣ произвольно, только не равнымъ нулю ± 1, затѣмъ внесемъ полученныя значенія для A и B въ ур-іе (23), получимъ смѣшанный рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ и съ геометрическимъ избыткомъ, равнымъ M.

Точно также, рѣшая ур-іе (46) совмѣстно съ ур-іемъ (29)

$$a=-b\,.(p-1)*)$$

и подставляя найденныя отсюда a и b въ формулы (24) (25), получимъ тоже смѣшанный рядъ съ постояннымъ ариѳметическимъ избыткомъ и съ геометрическимъ избыткомъ M.

Двѣ общія формулы, выведенныя такимъ образомъ, дадутъ намъ всѣ смѣшанные ряды съ геометрическимъ избыткомъ M.

Чтобы получить чистые ряды съ геометрическимъ избыткомъ M, придется въ формулѣ (23) A предположить одного знака съ B, т. е.

$$A=B\,.E, \qquad (47)$$

гдѣ E — произвольное положительное число.

Можно еще положить

$$A=-B\,.q^x, \qquad (48)$$

гдѣ x не есть четное число, а либо цѣлое нечетное, либо дробное, либо ирраціональное.

Рѣшая ур-ія (47) и (45), затѣмъ (48) и (45), получимъ коэффиціенты для двухъ типовъ чистыхъ рядовъ, выводимыхъ изъ формулы (23).

Третій типъ даетъ формула (24), (25).

Рѣшимъ ур-іе (46) съ ур-іемъ

$$a=-b\,.(x-1),$$

*) p — цѣлое положительное число, не меньшее двухъ.

гдѣ x либо число меньшее 2-хъ, либо большее, но дробное.

Внеся полученныя значенія для a и b въ формулы (24), (25), получимъ третій типъ чистаго ряда съ избыткомъ М.

Общее рѣшеніе задачи даютъ всѣ чистые ряды, всѣ смѣшанные и смѣшанные, слитые по способу, указанному въ главѣ III, 6.

Е. Буницкій (Одесса).

Опредѣленіе maximum и minimum простѣйшихъ выраженій, зависящихъ отъ двухъ перемѣнныхъ.

Въ курсахъ элементарной алгебры не излагаются способы нахожденія maximum и minimum выраженій, зависящихъ отъ двухъ перемѣнныхъ. Изъ послѣдующаго будетъ видно, что эта задача во многихъ случаяхъ нисколько не труднѣе задачи о нахожденіи maximum и minimum выраженій, зависящихъ отъ одной перемѣнной.

Возьмемъ выраженіе $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f$ и будемъ обозначать его черезъ М. Перемѣняя x на $x+\alpha$ и y на $y+\beta$, получимъ

$$M'=a(x+\alpha)^2+b(x+\alpha)(y+\beta)+c(y+\beta)^2+d(x+\alpha)+e(y+\beta)+f.$$

Обозначая $M'-M$ черезъ Δ, находимъ

$$\Delta=\alpha(2ax+by+d)+\beta(bx+2cy+e)+a\alpha^2+b\alpha\beta+c\beta^2.$$

Полагая для упрощенія

$$2ax+by+d=A,\ bx+2cy+e=B,$$

можемъ написать

$$\Delta=A\alpha+B\beta+a\alpha^2+b\alpha\beta+c\beta^2.$$

Таково измѣненіе нашего выраженія М, когда къ x прикладывается α и къ y прибавляется β.

Положимъ, что буквамъ x и y даны такія значенія, при которыхъ М получаетъ значеніе maximum или minimum. Въ случаѣ maximum должно быть одновременно

$$A\alpha+B\beta+a\alpha^2+b\alpha\beta+c\beta^2<0$$

$$-A\alpha-B\beta+a\alpha^2+b\alpha\beta+c\beta^2<0$$

$$-A\alpha+B\beta+a\alpha^2-b\alpha\beta+c\beta^2<0$$

$$A\alpha-B\beta+a\alpha^2-b\alpha\beta+c\beta^2<0$$

Въ случаѣ minimum должно быть

$$\pm A\alpha\pm B\beta+a\alpha^2\pm b\alpha\beta+c\beta^2>0.$$

Обозначая отношеніе $\alpha:\beta$ черезъ t и сокращая эти неравенства на положительное число β, получимъ

$$\pm(\mathrm{A}t+\mathrm{B})+\beta(at^2+bt+c)\lesseqgtr 0$$

$$\pm(\mathrm{A}t-\mathrm{B})+\beta(at^2-bt+c)\lesseqgtr 0$$

Здѣсь знакъ $<$ соотвѣтствуетъ случаю maximum, и знакъ $>$ относится къ случаю minimum. Эти неравенства должны имѣть мѣсто при безконечно-малыхъ значеніяхъ β, что возможно только при соблюденіи условій

$$\mathrm{A}t+\mathrm{B}=0 \text{ и } \mathrm{A}t-\mathrm{B}=0.$$

Отсюда слѣдуетъ

$$\mathrm{A}=0 \text{ и } \mathrm{B}=0$$

или

$$\left.\begin{aligned} 2ax+by+d=0 \\ bx+2cy+e=0 \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

Полученныя уравненія можно разсматривать какъ необходимыя условія для того, чтобы выраженіе M было maximum или minimum. При соблюденіи ихъ $\Delta=a\alpha^2+b\alpha\beta+c\beta^2$ или $\Delta=\beta^2(at^2+bt+c)$.

Обозначимъ корни трехчлена at^2+bt+c черезъ t_1 и t_2. Тогда $\Delta=a\beta^2(t-t_1)(t-t_2)$.

Если корни t_1 и t_2 вещественны и $t_1>t_2$, то произведеніе $(t-t_1)(t-t_2)$ будетъ положительно при $t>t_1$ или $t<t_2$ и отрицательно при значеніяхъ t, заключающихся между t_1 и t_2. Слѣдовательно, Δ имѣетъ разные знаки при разныхъ значеніяхъ α и β. Поэтому выраженіе M при значеніяхъ x и y, удовлетворяющихъ уравненіямъ (1), не будетъ ни maximum, ни minimum, когда $b^2-4ac>0$.

Если $b^2-4ac=0$, система уравненій (1) невозможна и выраженіе M также не имѣетъ ни maximum, ни minimum.

Положимъ теперь, что $b^2-4ac<0$. Тогда корни t_1 и t_2 мнимы и трехчленъ at^2+bt+c при всякомъ значеніи t имѣетъ одинъ и тотъ же знакъ, одинаковый со знакомъ a и въ тоже время со знакомъ c.

Такимъ образомъ при $a<0$ выраженіе M будетъ maximum и при $a>0$ — minimum, когда буквамъ x и y даны значенія, удовлетворяющія уравненіямъ (1).

Возьмемъ другое выраженіе

$$\mathrm{M}=\frac{a}{x}+bxy+\sqrt{cx^2y^2+x^4}.$$

Дадимъ x и y соотвѣтственныя приращенія α и β. Тогда

$$\mathrm{M}'=\frac{a}{x+\alpha}+b(x+\alpha)(y+\beta)+\sqrt{c(x+\alpha)^2(y+\beta)^2+(x+\alpha)^4}.$$

Чтобы найти наиболѣе удобное выраженіе для $\mathrm{M}'-\mathrm{M}=\Delta$, мы опредѣлимъ отдѣльно приращенія слагаемыхъ, изъ которыхъ состоитъ M.

1) $$\frac{a}{x+\alpha}-\frac{a}{x}=\frac{-a\alpha}{x(x+\alpha)}=+\frac{a\alpha^2}{x^2(x+\alpha)}-\frac{a\alpha}{x^2},$$

$$\frac{a}{x+\alpha}-\frac{a}{x}=-\frac{a\alpha}{x^2}+\frac{a\alpha^2}{x^3}-\frac{a\alpha^3}{x^3(x+\alpha)}.$$

Послѣдній членъ содержитъ множитель α^3.

2) $$b(x+\alpha)(y+\beta)-bxy=by\alpha+bx\beta+b\alpha\beta.$$

3) $$\sqrt{c(x+\alpha)^2(y+\beta)^2+(x+\alpha)^4}-\sqrt{cx^2y^2+x^4}=P'-P=\frac{P'^2-P^2}{P'+P}.$$

Но

$$\frac{1}{P'+P}=\frac{1}{2P}-\frac{P'-P}{2P(P'+P)}.$$

Поэтому

$$P'-P=\frac{P'^2-P^2}{2P}-\frac{(P'^2-P^2)(P'-P)}{2P(P'+P)}=\frac{P'^2-P^2}{2P}-\frac{(P'^2-P^2)^2}{2P(P'+P)^2}.$$

Такъ какъ

$$\frac{1}{(P'+P)^2}=\frac{1}{4P^2}-\frac{(P'-P)}{2P^2(P'+P)}+\frac{(P'-P)^2}{4P^2(P'+P)^2},$$

то

$$P'-P=\frac{P'^2-P^2}{2P}-\frac{(P'^2-P^2)^2}{8P^3}+R;$$

P'^2-P^2 и $P'-P$ содержатъ множители α и β въ первой степени; поэтому всѣ члены R будутъ содержать α^3, $\alpha^2\beta$, $\alpha\beta^2$, β^3 и также высшія степени буквъ α и β.

$$P'^2-P^2=\alpha(2cxy^2+4x^3)+2\beta cx^2y+\alpha^2(bx^2+cy^2)+4\alpha\beta cxy+\beta^2cx^2+k,$$

гдѣ k есть многочленъ не ниже третьей степени относительно буквъ α и β.

$$(P'^2-P^2)^2=\alpha^2(2cxy^2+4x^3)^2+4\alpha\beta cx^2y(2cxy^2+4x^3)+4\beta^2c^2x^4y^2+k'.$$

Слѣдовательно,

$$P'-P=\frac{\alpha(cxy^2+2x^3)+\beta cx^2y}{\sqrt{cx^2y^2+x^4}}+\alpha^2\left(\frac{bx^2+cy^2}{2P}-\frac{(cxy^2+2x^3)^2}{2P^3}\right)+$$
$$+\alpha\beta\left(\frac{2cxy}{P}-\frac{cx^2y(cxy^2+2x^3)}{P^3}\right)+\beta^2\left(\frac{cx^2}{2P}-\frac{c^2x^4y^2}{2P^3}\right)+R'.$$

Здѣсь R' содержитъ члены 3-го измѣренія относительно α и β.

Послѣ этого находимъ

$$\Delta=A\alpha+B\beta+C\alpha^2+D\alpha\beta+E\beta^2+\Phi,$$

гдѣ для краткости положено

$$A=-\frac{a}{x^2}+by+\frac{cy^2+2x^2}{\sqrt{cy^2+x^2}},\ B=bx+\frac{cxy}{\sqrt{cy^2+x^2}},$$

$$C = \frac{a}{x^3} + \frac{3cxy^2 + 2x^3}{2\sqrt{(cy^2+x^2)^3}},\quad D = b + \frac{c^2y^3}{\sqrt{(cy^2+x^2)^3}},\quad E = \frac{cx^3}{2\sqrt{(cy^2+x^2)^3}}.$$

Положимъ, что буквамъ x и y даны такія значенія, при которыхъ M получаетъ maximum или minimum. Тогда

$$\pm A\alpha \pm B\beta + C\alpha^2 \pm D\alpha\beta + E\beta^2 + \Phi < 0$$

при четырехъ комбинаціяхъ знаковъ въ случаѣ maximum и > 0 въ случаѣ minimum. Въ этихъ неравенствахъ членъ Φ можно отбросить, такъ какъ его абсолютная величина при достаточно малыхъ значеніяхъ α и β менѣе абсолютной величины каждаго изъ членовъ

$$\pm A\alpha \pm B\beta \text{ и } C\alpha^2 \pm D\alpha\beta + E\beta^2.$$

Дѣля послѣ этого неравенства на положительное число β и обозначая $\frac{\alpha}{\beta}$ черезъ t, находимъ, что сумма и разность выраженій

$$\beta(Ct^2 + Dt + E) \text{ и } At + B,$$

а также сумма и разность выраженій

$$\beta(Ct^2 - Dt + E) \text{ и } At - B$$

должны имѣть знакъ $-$ въ случаѣ maximum и знакъ $+$ въ случаѣ minimum.

Отсюда, какъ и прежде, получимъ необходимыя условія maximum или minimum M:

$$A = 0,\ B = 0.$$

Упрощая ихъ, находимъ

$$-\frac{a}{x^2} + \frac{2x^2}{\sqrt{cy^2+x^2}} = 0,\quad b + \frac{cy}{\sqrt{cy^2+x^2}} = 0 \ldots (2).$$

Изъ этихъ уравненій находимъ

$$y = \frac{-bx}{\sqrt{c^2-b^2c}},\quad \sqrt{cy^2+x^2} = \frac{cx}{\sqrt{c^2-b^2c}},\quad x^3 = \pm\frac{ac}{2\sqrt{c^2-b^2c}}.$$

При такихъ значеніяхъ x и y имѣемъ

$$M = \frac{3a}{2x},\ \Delta = \beta^2(Ct^2 + Dt + E) + \Phi.$$

Здѣсь

$$C = \frac{(b^2+bc)\sqrt{c^2-b^2c}}{2c^2},\ D = \frac{bc-b^3}{c},\ E = \frac{\sqrt{(c^2-b^2c)^3}}{2c^2}.$$

$$D^2 - 4CE = -\frac{b}{c^3}(c^2-b^2c)^2.$$

Отсюда видно, что при $c > b^2$ трехчленъ $Ct^2 + Dt + E$ не мѣняетъ своего знака при измѣненіяхъ α и β и значенія x и y изъ уравненій

(2) вещественны. Слѣдовательно при $c > b^2$ значеніе $M = \frac{3a}{2x}$, гдѣ x опредѣлено изъ уравненій (2), будетъ minimum, такъ какъ $C > 0$.

Изъ двухъ приведенныхъ нами примѣровъ достаточно видно, какимъ образомъ находятся maximum и minimum выраженій, зависящихъ отъ двухъ перемѣнныхъ. Въ томъ случаѣ, когда множитель при β^2 имѣетъ равные корни, обыкновенно приходится изслѣдовать множитель при β^3, а иногда и множители при высшихъ степеняхъ β. Пусть многочленъ при β^2 имѣетъ видъ $C(t-t_1)^2$. Тогда для существованія maximum или minimum M необходимо, чтобы коэффиціентъ при β^3 обращался въ 0 при $t = t_1$ и кромѣ того коэффиціентъ при β^4 при $t = t_1$ имѣлъ знакъ одинаковый съ C.

Вычисленія значительно упрощаются, если напередъ извѣстно, что данное выраженіе имѣетъ maximum или minimum. Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ случаѣ надо опредѣлить только тѣ 2 члена приращенія даннаго выраженія, которые содержатъ α и β. При этомъ можно даже употреблять слѣдующій способъ. Полагая, что x есть произвольная, но постоянная величина, опредѣлимъ при какихъ значеніяхъ y данное выраженіе будетъ maximum или minimum. Такимъ образомъ мы получимъ соотношеніе между x и y, на основаніи котораго данное выраженіе можно представить въ зависимости только отъ x. Послѣ этого найдемъ, при какомъ значеніи x выраженіе будетъ maximum или minimum. Примѣнимъ этотъ способъ къ нахожденію minimum M. Представляемъ его въ видѣ

$$M = \frac{a}{x} + x(by + \sqrt{cy^2 + x^2}).$$

Считая x постоянной величиной, находимъ, что M будетъ minimum одновременно съ выраженіемъ

$$by + \sqrt{cy^2 + x^2} = m.$$

Упрощая это уравненіе, находимъ

$$(c - b^2)y^2 + 2mby + x^2 - m^2 = 0.$$

Условіе дѣйствительности корней этого уравненія есть $cm^2 > (c - b^2)x^2$. Отсюда minimum для

$$m = \frac{x}{c}\sqrt{c^2 - b^2c} \quad \text{при } y = -\frac{bx}{\sqrt{c^2 - b^2c}}.$$

Послѣ этого находимъ

$$M = \frac{a}{x} + \frac{x^2}{c}\sqrt{c^2 - b^2c}.$$

Это выраженіе будетъ minimum при такомъ значеніи x, которое удовлетворяетъ условію

$$\frac{a}{2x} = \frac{x^2}{c}\sqrt{c^2 - b^2c}.$$

Полученныя формулы тождественны съ предыдущими.

Въ заключеніе покажемъ на простѣйшемъ примѣрѣ, какимъ образомъ опредѣляется maximum или minimum выраженія, зависящаго отъ трехъ перемѣнныхъ. Пусть

$$M = ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + f^2z.$$

Дадимъ x, y и z соотвѣтствующія приращенія α, β и γ. Тогда

$$\Delta = A\alpha + B\beta + C\gamma + a\alpha^2 + b\beta^2 + c\gamma^2 + d\alpha\beta + e\alpha\gamma,$$

Какъ и прежде, находимъ, слѣдующія необходимыя условія для maximum или minimum M:

$$A = 0,\ B = 0,\ C = 0.$$

При этихъ значеніяхъ x, y и z

$$\Delta = \gamma^2(at^2 + bt'^2 + c + dtt' + et), \text{ гдѣ } t = \frac{\alpha}{\gamma}, t' = \frac{\beta}{\gamma}.$$

Многочленъ въ скобкахъ можно представить въ видѣ

$$at^2 + (dt' + e)t + bt'^2 + c.$$

Знакъ его будетъ всегда одинаковъ со знакомъ α, если

$$(dt' + e)^2 - 4a(bt'^2 + c) < 0$$

при всякомъ значеніи t'. Это неравенство можно представить въ видѣ

$$(d^2 - 4ab)t'^2 + 2det' + e^2 - 4ac < 0.$$

Оно будетъ имѣть мѣсто при всякомъ t', если

$$(d^2 - 4ab) < 0 \text{ и } d^2e^2 - (d^2 - 4ab)(e^2 - 4ac) < 0.$$

При соблюденіи этихъ условій M будетъ maximum или minimum, смотря по тому, будетъ ли $a < 0$ или $a > 0$.

Замѣтимъ, что для соблюденія написанныхъ условій необходимо, чтобы a, b и c имѣли одинаковые знаки.

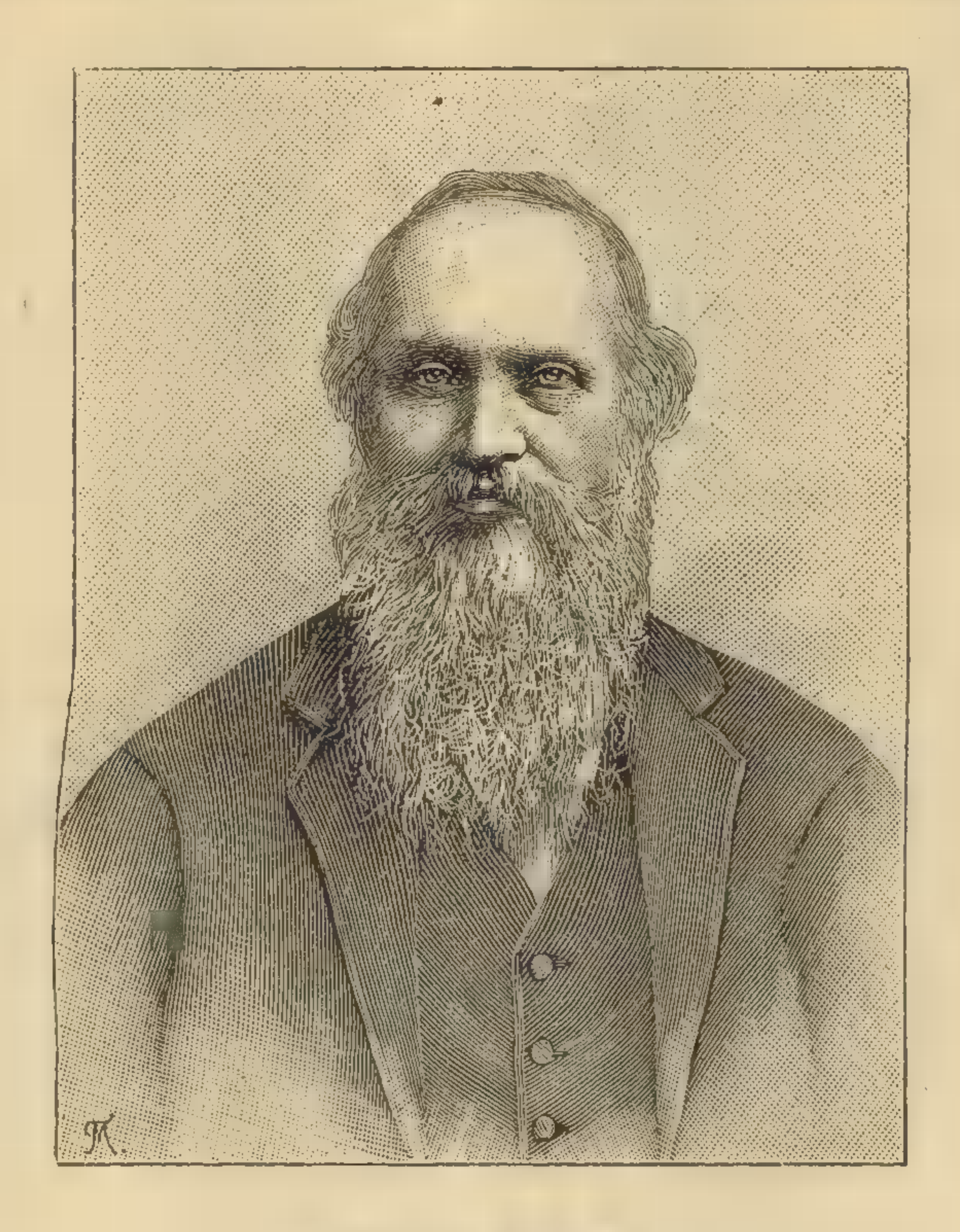
П. Свѣшниковъ (Уральскъ).

Лордъ Кельвинъ.

Нашимъ читателямъ уже извѣстно, что 3/15 іюня сего года праздновалась въ городѣ Глэзго пятидесятилѣтняя годовщина того дня, когда Вилліамъ Томсонъ началъ преподаваніе въ глэзговскомъ университетѣ. Помѣщая нынѣ портретъ знаменитаго физика, сдѣланный по фотографической карточкѣ 1864 года, пользуемся случаемъ сообщить краткія біографическія свѣдѣнія о лордѣ Кельвинѣ.

Вилліамъ Томсонъ родился въ 1824 г. въ Голландіи. Отецъ его, Джемсъ Томсонъ, былъ профессоромъ математики и отъ 1835 г. Вилліамъ пользовался уроками своего отца, выдѣляясь своими успѣхами среди прочихъ учениковъ, но не пренебрегая и другими областями знанія, занимаясь лингвистикой и философіей, не смотря на предпочтеніе, которое онъ оказывалъ математикѣ. Онъ далеко обогналъ своихъ сверстниковъ и читалъ математическую теорію теплоты Fourier въ томъ возрастѣ, когда ученики сидятъ еще надъ Евклидомъ. Однимъ изъ его профессоровъ былъ знаменитый Николь, авторъ энциклопедіи физическихъ наукъ и талантливый популяризаторъ.

Затѣмъ юный Вилліамъ переѣзжаетъ въ Кэмбриджъ. Отсюда на-



Вилліамъ Томсонъ.

чинается его извѣстность. Рядъ мемуаровъ, которые онъ по большей части печаталъ въ „Philosophical Transactions“, привлекаетъ къ нему вниманіе ученаго міра. Было бы трудно перечислить всѣ теоретическіе мемуары, написанные однимъ изъ творцовъ механической теоріи теплоты, всѣ научные и техническіе приборы, изобрѣтенные имъ. Онъ принималъ весьма дѣятельное участіе при прокладкѣ перваго атлантическаго кабеля на Great Eastern'ѣ и успѣхомъ своимъ это предпріятіе, за которое онъ получилъ титулъ баронета, обязано главнымъ образомъ ему. Разработка подводной телеграфіи — одна изъ крупнѣйшихъ заслугъ В. Томсона. Въ 1855 году онъ представилъ Лондонскому Королевскому

Обществу математическую теорію скорости передачи сигналовъ по подводнымъ кабелямъ, въ 1857 г. онъ изобрѣлъ зеркальный гальванометръ, оказавшій большія услуги при прокладкѣ перваго атлантическаго кабеля въ 1858 г. Ни одна физическая лабораторія не обходится въ настоящее время безъ цѣлаго ряда приборовъ, обязанныхъ своимъ происхожденіемъ генію его изобрѣтательности: квадрантные электрометры, абсолютные электрометры, уаттметры для альтернативныхъ и постоянныхъ токовъ, электродинамометры, счетчики энергіи, различные электрическіе измѣрительные приборы для техническихъ цѣлей, „томсоновскій" компасъ, и т. д., и т. д.—всѣ эти приборы получили громадное распространеніе въ научныхъ и промышленныхъ лабораторіяхъ и на всѣхъ электрическихъ заводахъ.

Одно изъ крупнѣйшихъ техническихъ предпріятій послѣдняго времени—утилизація энергіи Ніагарскаго водопада—также не обошлось безъ дѣятельнаго участія лорда Кельвина.

Празднованіе $^{3}/_{15}$ іюня привлекло до 2000 гостей, которыхъ принимали въ первомъ этажѣ университета, гдѣ помѣщаются библіотека, музей Hunster'а, залъ засѣданій правленія и экзаменаціонный залъ. Отъ разныхъ ученыхъ обществъ и университетовъ прибыло 150 делегатовъ. Отъ Парижской Академіи Наукъ прибыла делегація, состоявшая изъ Маскара, Муассана и Пуанкаре. Въ библіотекѣ университета были выставлены приборы, изобрѣтенные Вилліамомъ Томсономъ, сэромъ Вилліамомъ Томсономъ и лордомъ Кельвиномъ. Телеграфныя компаніи: Англо-Американская, Восточная и Бразильская, соединившись, доказали наглядно, экспериментально, важность услугъ, оказанныхъ юбиляромъ телеграфіи: депеша, посланная юбилейнымъ комитетомъ изъ Глэзго черезъ Америку при помощи аппаратовъ лорда Кельвина и переданная въ С.-Франциско, возвратилась въ Европу по бразильскому телеграфу и была подана лорду Кельвину черезъ семь минутъ послѣ своего отправленія.

Вотъ текстъ этой любопытной телеграммы: „Лорду Кельвину, via Нью-Фаундлендъ — Нью-Іоркъ — Чикаго — Санъ-Франциско — Лосъ-Анджелосъ — Новый Орлеанъ — Нью-Фанудлендъ. Глэзговскій юбилейный комитетъ шлетъ вамъ свои сердечныя поздравленія черезъ атлантическій кабель, служащій свидѣтельствомъ безпримѣрнаго сочетанія въ лицѣ вашемъ научнаго генія и практическаго умѣнія".—Отвѣтъ лорда Кельвина на эту телеграмму пошелъ тѣмъ же путемъ и былъ полученъ черезъ 4 минуты.

Вечеромъ 15 іюня выставленные телеграфные приборы принимали адресы и поздравленія изъ всѣхъ частей міра. 16 іюня былъ устроенъ большой банкетъ, а 17 іюня празднованіе закончилось нѣсколькими экскурсіями.

РЕЦЕНЗІИ.

Les radiations nouvelles. — Les rayons X et la photographie à travers les corps opaques, par Ch.-Ed. Guillaume, 2-me édition. VIII + 144 стр. (Paris, Gauthier-Villars et fils. 1896).

Какъ и слѣдовало ожидать, блестящее открытіе Рёнтгена обусловило появленіе цѣлаго ряда книжекъ и брошюръ, имѣющихъ цѣлью познакомить публику, заинтересованную „фотографіей невидимаго", съ сущностью опытовъ вюрцбургскаго профессора и вызванныхъ ими работъ. Къ сожалѣнію нельзя сказать, что бóльшая часть этихъ брошюръ достигаетъ цѣли и дѣйствительно раскрываетъ передъ непосвященнымъ читателемъ ту область физики, которую сразу обогатило счастливое наблюденіе проф. Рёнтгена.

Въ большинствѣ случаевъ брошюры эти представляютъ простой пересказъ первой статьи проф. Рёнтгена *) съ прибавленіемъ нѣсколькихъ аляповатыхъ рисунковъ. Книжка г. Guillaume'а, заглавіе которой мы выписали выше, выгодно отличается отъ этихъ брошюръ. Авторъ ея поставилъ себѣ довольно трудную задачу: собрать и привести въ систему всю массу фактовъ, относящихся къ *x*-лучамъ, такъ или иначе связанныхъ съ ними, какъ предшествовавшихъ открытію и приведшихъ къ нему, такъ и добытыхъ уже послѣ открытія. Что авторъ блестяще справился со своей задачей—это отчасти доказывается уже тѣмъ обстоятельствомъ, что первое изданіе его книги, вышедшее въ маѣ настоящаго года, разошлось въ нѣсколько дней и въ апрѣлѣ книга вышла вторымъ изданіемъ.

Въ первой части своей книги авторъ вкратцѣ знакомитъ читателя съ кинетической теоріей газовъ, со спектромъ, останавливаясь нѣсколько подробнѣе на ультра-фіолетовыхъ лучахъ, съ фосфоресценціей и флуоресценціей и съ нѣкоторыми явленіями прохожденія тока сквозь жидкости, твердыя тѣла и газы. Послѣ этого введенія авторъ переходитъ во второй части къ явленіямъ электрическаго разряда въ разрѣженныхъ газахъ, описываетъ опыты Крукса и вызванный ими споръ о природѣ катодныхъ лучей, детально излагаетъ опыты Ленара и Видеманна и затѣмъ лишь переходитъ къ разбору первой статьи проф. Рёнтгена. Изложивши такимъ образомъ исторію открытія *x*-лучей, авторъ переходитъ къ описанію ихъ свойствъ, съ большей частью которыхъ наши читатели могли познакомиться по замѣткамъ, помѣщеннымъ въ послѣднихъ номерахъ „Вѣстника".

Описаніе это заканчивается замѣчаніемъ о „*составѣ* лучей Рёнтгена". Указавъ, что этотъ важный вопросъ еще очень мало изученъ, авторъ приводитъ результаты опытовъ Benoist и Hurmuzescu, которые нашли, что для количества лучей изъ одной и той же трубки, пропускаемыхъ слоемъ алюминія въ 0,1 mm, получаются различныя числа, если вычислять это количество, пользуясь слоями алюминія различной

*) См. „Вѣстника Оп. Физики" № 228, стр. 265.

толщины. Если же брать различныя трубки, то колебанія коэффиціента поглощенія x-лучей алюминіемъ становятся еще больше (0,78—0,9). Эти факты легко объясняются, если допустить, что x-лучи не однородны, что круксова трубка даетъ цѣлый спектръ x-лучей, обладающихъ различной способностью проникать сквозь алюминій. Мы уже указывали на вѣроятность такого допущенія. Оно подтверждается еще и тѣмъ фактомъ, что относительная чувствительность различныхъ фосфоресцирующихъ экрановъ къ x-лучамъ измѣняется въ зависимости отъ трубки, возбуждающей лучи.

Книга заканчивается разборомъ различныхъ допущеній о природѣ лучей Рёнтгена и практическими указаніями относительно тока, электрическихъ приборовъ и трубокъ, служащихъ для возбужденія x-лучей. Въ заключеніе авторъ описываетъ явленія, косвенно связанныя съ x-лучами: черный свѣтъ Ле-Бона и отношеніе x-лучей къ фосфоресценціи.

Къ книгѣ приложены прекрасно исполненные образцы рёнтгеновскихъ фотографій.

Книжку г. Guillaume'а можно рекомендовать всякому, занимающемуся фотографированіемъ по способу Рёнтгена или интересующемуся этимъ вопросомъ.

В. Г.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Предсказаніе погоды. — Въ № 32 „Недѣли" за настоящій годъ напечатано письмо изъ Италіи г. Л. Рускина о лекціи проф. Omboni, прочтенной въ Падуанской Академіи Наукъ. Свою лекцію проф. Омбони посвятилъ способу предсказанія погоды профессора физики римскаго университета Агостини. Способъ этотъ основанъ на наблюденіи, что погода даннаго характера періодически повторяется въ теченіи нѣсколькихъ недѣль, черезъ каждые 7 дней. Если напр. въ четвергъ шелъ дождь, то можно, по словамъ проф. Агостини, предсказать, что въ слѣдующій четвергъ тоже будетъ дождь, или по меньшей мѣрѣ расположеніе къ дождю. Если въ слѣдующій четвергъ будетъ только расположеніе къ дождю, то съ большой вѣроятностью можно предположить, что въ слѣдующій вторникъ или среду дождя вовсе не будетъ. Конечно внезапные ураганы и т. п. нарушаютъ этотъ порядокъ, прерывая циклъ семидневныхъ періодовъ и кладя начало новому циклу. Весною и отчасти лѣтомъ повтореніе иногда ускоряется и періоды укорачиваются до 6-ти дней, осенью, напротивъ, удлиняются до 8 дней. Самъ Агостини провѣрилъ свой способъ наблюденіями въ Падуѣ и Римѣ. Наблюденія проф. Омбони въ Падуѣ и проф. Марангони во Флоренціи, а также д-ра Траверси въ Африкѣ, въ Шоа, подтверждаютъ гипотезу. Конечно предсказанія имѣютъ значеніе лишь для той мѣстности, гдѣ производятся наблюденія.

Авторъ письма полагаетъ, что способъ профессора Агостини даетъ результаты не менѣе приблизительные, чѣмъ предразсчеты погоды,

основанные на наблюденіяхъ метеорологическихъ станцій и обсерваторій. Въ этомъ, пожалуй, можно усомниться; все же было бы интересно провѣрить этотъ способъ въ различныхъ мѣстностяхъ Россіи, тѣмъ болѣе, что для этого не требуется никакихъ приборовъ.

Анализъ лучей Рёнтгена. — Въ одной изъ нашихъ предыдущихъ замѣтокъ мы уже указывали на то, что по всей вѣроятности лучи Рёнтгена представляютъ смѣсь различнаго рода лучей, обладающихъ различными свойствами *). Это предположеніе подтверждается въ настоящее время опытами *T. S. Porter'*а **), который пришелъ къ выводу, что круксова трубка посылаетъ по меньшей мѣрѣ два рода лучей: одни легко проникаютъ сквозь мускулы и не проходятъ сквозь кости, для другихъ мускулы почти столь же непрозрачны, какъ и кости. При обыкновенныхъ условіяхъ, на холоду, преобладаютъ лучи перваго рода, которые можно обозначить черезъ x_1. Если же трубку нагрѣвать, то количество лучей перваго рода (x_1) все уменьшается, и второго (x_2)— увеличивается. Это явствуетъ изъ того, что тѣнь руки на флуоресцирующемъ экранѣ, въ которой сперва ясно видны кости, становится при нагрѣваніи трубки все темнѣе, однороднѣе, такъ что наконецъ кости перестаютъ быть видимыми. При нѣкоторой опредѣленной температурѣ наступаетъ maximum испусканія лучей x_2, и при дальнѣйшемъ нагрѣваніи вообще уменьшается количество лучей, вызывающихъ флуоресценцію и обнаруживающихъ фотографическое дѣйствіе. Лучи x_2 легко проникаютъ сквозь дерево и бумагу, задерживаются стекломъ и хуже проходятъ сквозь алюминій, чѣмъ лучи x_1.

В. Г.

ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

Приготовленіе флуоресцирующихъ экрановъ. — M. C. Ogden рекомендуетъ слѣдующій простой способъ для приготовленія флуоресцирующихъ экрановъ, покрытыхъ вольфрамовокислымъ кальціемъ: смѣшиваютъ по 30 g обыкновенной соли, вольфрамовокислаго натрія и хлористаго кальція, смѣсь всыпаютъ въ тигель, покрываютъ этотъ послѣдній кусочкомъ жести и ставятъ его въ раскаленные угли такъ, чтобы онъ былъ погруженъ въ нихъ до самой крышки, т. е. накалялся бы снизу доверху. Для этой цѣли удобно воспользоваться обыкновенной кухонной плитой. Тигель раскаляютъ до красна и поддерживаютъ его въ этомъ состояніи до тѣхъ поръ, пока все его содержимое расплавится въ прозрачную жидкость, на что требуется самое большее 2—3 часа. По охлажденіи жидкость эта затвердѣваетъ въ твердую стеклообразную массу. Разбивъ тигель и раздробивъ эту массу, ее помѣщаютъ въ сосудъ съ водой. Поваренная соль постепенно растворяется въ водѣ, а на дно сосуда осѣдаютъ мелкіе кристаллы вольфрамовокислаго кальція. Ихъ промываютъ декантаціей, т. е. сливая жидкость, находящуюся надъ осѣвшими кристаллами и замѣняя ее чистой водой до тѣхъ поръ, пока

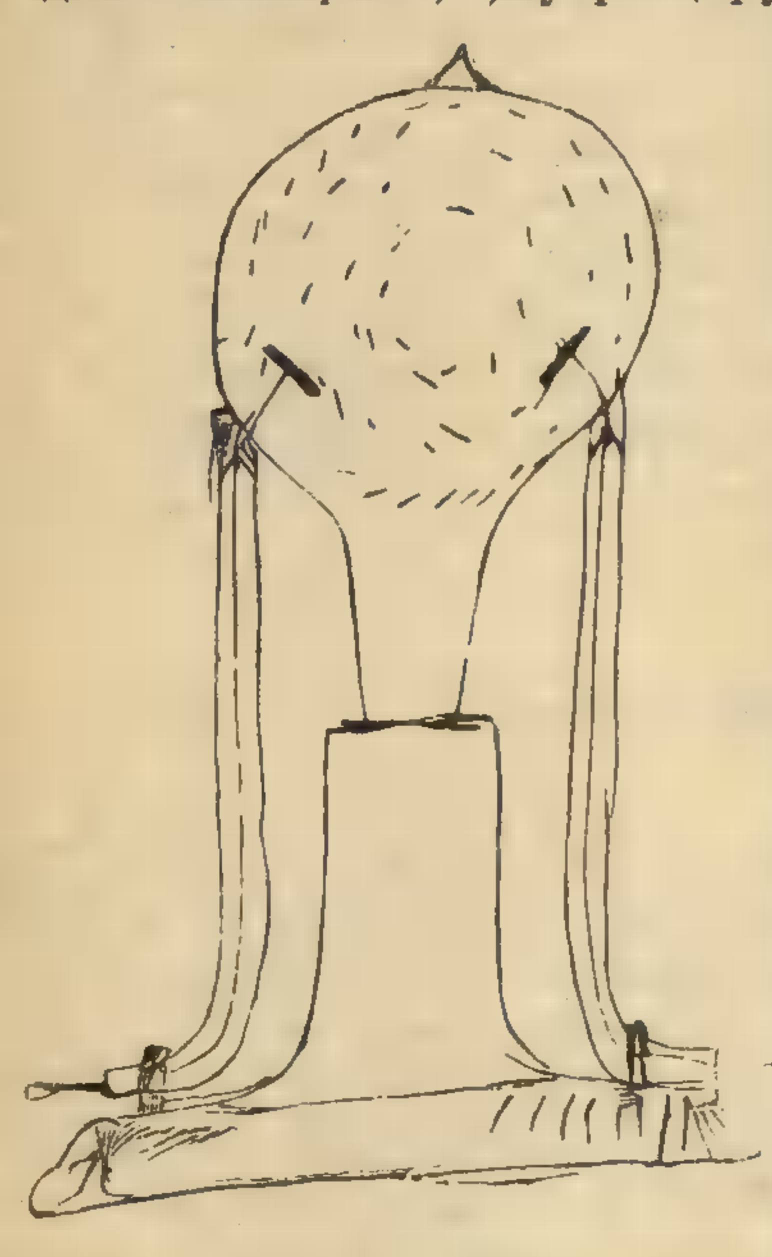
*) См. № 233 „Вѣстника Оп. Физики“, стр. 128.
**) Nature, LIV, стр. 110.

въ слитой жидкости не будетъ замѣтенъ соленый вкусъ. Когда это достигнуто, кристаллы вольфрамовокислаго кальцiя сушатъ, разстилая ихъ на пропускной бумагѣ. Чтобы приготовить изъ этихъ кристалловъ экранъ, покрываютъ кусокъ картона или тонкую деревяную пластинку обыкновеннымъ клеемъ и густо просѣиваютъ на нее кристаллы. Избытокъ кристалловъ легко удаляется встряхиванiемъ экрана. (Cosmos).

В. Г.

ИЗОБРѢТЕНIЯ и ОТКРЫТIЯ.

Лампа, превращающая x-лучи въ свѣтъ. — Изслѣдуя флуоресцирующую способность различныхъ солей, Томасъ Эдиссонъ нашелъ природный минералъ, флуоресцирующiй сильнѣе даже углеродистаго кальцiя. Ему пришло въ голову воспользоваться этимъ минераломъ въ качествѣ источника свѣта. Корреспонденту журнала „Electrical Review“ Эдиссонъ разсказалъ слѣдующее о своемъ новомъ изобрѣтенiи:



Фиг. 54.

„Я беру обыкновенный круксовъ шаръ и наплавляю слой этого кристалла на внутреннюю его поверхность. Соединительныя проволоки проведены черезъ стекляныя трубки къ сторонамъ шара и припечатаны обыкновеннымъ способомъ—сургучемъ. Электроды сдѣланы изъ алюминiя“.... „Когда черезъ этотъ, покрытый съ внутренней стороны шаръ пропускается электрическiй токъ, то x-лучи почти всецѣло поглощаются и превращаются въ свѣтъ при весьма незначительномъ выдѣленiи тепла. Шаръ флуоресцируетъ тогда чистымъ бѣлымъ свѣтомъ. Когда внутренняя сторона шара тщательно покрыта минераломъ, то x-лучи снаружи вовсе не обнаруживаются“...

...„Повидимому вся электрическая энергiя практически превращена въ свѣтъ. Для глаза онъ представляется чистымъ бѣлымъ, подобнымъ яркому солнечному свѣту“.

Наилучшiй изъ сдѣланныхъ до сихъ поръ шаровъ даетъ силу свѣта въ 4 свѣчи. Минералъ, употребляемый для покрытiя внутренней стороны шара, очень дешевъ и Эдиссонъ полагаетъ, что эти лампы представляютъ много выгодъ съ экономической стороны.

Прилагаемый рисунокъ представляетъ копiю чертежа, сдѣланнаго собственноручно Эдиссономъ.—(Почт.-Тел. Журналъ).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Въ газетѣ „Verdens Gang“ опубликовано письмо Фритіофа Нансена объ его экспедиціи. Существенная часть этого письма перепечатана многими газетами; мы беремъ ее изъ „Одесскаго Листка“ отъ 13 августа:

„Фрамъ“ покинулъ Югорскій Ааръ 4-го августа 1893 года. Мы должны были пробивать себѣ дорогу сквозь ледъ вдоль сибирскаго побережья. Мы открыли новый островъ въ Карскомъ морѣ и множество островов у побережья мыса Челюскина и нашли во многихъ мѣстахъ явные признаки ледяного періода, свидѣтельствующіе, что сѣверъ Сибири былъ покрытъ льдомъ на громадномъ разстояніи. 15 сентября мы были недалеко отъ Оленска, но нашли невозможнымъ за позднею осенью отправиться за собаками; это стоило-бы намъ годъ времени. По открытому морю мы направлялись къ сѣверу мимо Ново-Сибирскихъ острововъ до 78°50′ с. ш. и 133° 37′ вост. долг., гдѣ 22 сентября утвердились у льдины и дали себѣ замерзнуть во льду. Мы подвигались медленно въ сѣверномъ и сѣверо-западномъ направленіяхъ, какъ было предвидѣно планомъ экспедиціи. Осенью и зимою ледъ страшно напиралъ, но „Фрамъ“ превзошелъ самыя смѣлыя ожиданія и одерживалъ побѣду надъ всѣми напорами. Температура скоро понизилась и была равномѣрно низка всю зиму; цѣлыя недѣли ртуть была заморожена. Самая низкая температура была—52,6°. Во все время путешествія всѣ люди были вполнѣ здоровы. Электрическое освѣщеніе получалось посредствомъ вѣтряной мельницы, которая дѣйствовала, какъ было предвидѣно. Время во всѣхъ отношеніяхъ проходило весело. Между спутниками были наилучшія отношенія, и каждый съ удовольствіемъ исполнялъ свои обязанности. Лучшихъ людей для полярной экспедиціи трудно было-бы найти. Къ югу отъ 79° с. ш. мы встрѣчали глубины около 90 сажень. Къ сѣверу море вездѣ было въ 1,600—1,900 сажень глубиною, что совершенно опровергаетъ всѣ прежнія теоріи, основанныя на неглубокости полярнаго моря. Морское дно вездѣ здѣсь обнаруживало замѣчательное отсутствіе органической жизни. Во все время путешествія мы были поставлены въ хорошія условія, давшія возможность сдѣлать значительныя научныя наблюденія“.

„4 и 5 января 1895 г. „Фрамъ“ подвергся самому свирѣпому напору льдовъ. Онъ былъ крѣпко замороженъ во льду, толщиною болѣе чѣмъ въ 30 фут., поверхъ котораго громадныя ледяныя массы съ непреодолимою силой спускались на сторону лѣваго борта и грозили если не сокрушить, то похоронить его. Необходимый провіантъ, парусинные каюки и остальные предметы снаряженія благополучно были перенесены на ледъ, и всѣ были готовы оставить пароходъ, если будетъ необходимо. Мы были приготовлены къ тому, чтобы продолжать путь на льдинѣ, но „Фрамъ“ оказался крѣпче, чѣмъ мы предполагали. Когда напоръ льдовъ достигъ наибольшей высоты, а судно медленно поднялось со своего ложа, въ которомъ оно было заморожено, ни одна щепка не сломалась. Послѣ такого опыта я считаю „Фрамъ“ непобѣдимымъ. Позже не было никакихъ напоровъ. Путешествіе быстро подвигалось впередъ, на сѣверъ. Предвидя, что „Фрамъ“ скоро достигнетъ наивысшей широты къ сѣверу отъ земли Франца-Іосифа, я рѣшился оставить судно для изысканія моря къ сѣверу отъ пути „Фрама“. Іогансенъ согласился послѣдовать за мной; болѣе способнаго во всѣхъ отношеніяхъ товарища съ трудомъ можно было бы найти. Руководить экспедиціей на „Фрамѣ“ я поручилъ Свердрупу. Нашею цѣлью было изслѣдованіе моря сѣвернѣе, достиженіе наивысшей широты и переходъ черезъ землю Франца-Іосифа на Шпицбергенъ. Мы имѣли съ собою трое санокъ и два парусинные каюка на случай, если встрѣтимъ море. Провіантъ для собакъ былъ разсчитанъ на 30 дней, нашъ собственный провіантъ—на 100 дней. 22-го марта мы уже достигли 85°10′ с. ш., но ледъ сталъ болѣе неровнымъ, и мы получили южное направленіе. 29 марта мы дошли только до 85°30′. Было очевидно, что мы быстро подвигались къ югу. Ледъ былъ въ движеніи и напиралъ со всѣхъ сторонъ. Безпрестанныя напряженія прорубать себѣ дорогу и поднимать санки на взгроможденные ледяные хребты! 4 апрѣля мы были на 86°3′ с. ш. Мы надѣялись на лучшій ледъ, но онъ становился все хуже и 7-го апрѣля сталъ до того неровнымъ, что я нашелъ невозможнымъ продолжать болѣе направленіе къ сѣверу. Наша широта была тогда 86°14′. Мы сдѣлали экскурсію на лыжахъ къ сѣверу, но не видѣли никакой возможности прохода: одинъ только взгроможденный ледъ, казавшійся застывшею волной,

достигающею горизонта. Температура все время была низкая: въ теченіи 3 недѣль около—40^0. По временамъ мы чувствовали часто страшный холодъ, будучи одѣты въ наши хорошіе, но слишкомъ легкіе шерстяные костюмы. Съ цѣлью уменьшенія тяжести, мы оставили наши шубы. Съ теченіемъ времени собаки одна за другою были убиты на кормъ оставшимся. Порціи для собакъ были уменьшены до крайности, и собаки вскорѣ страшно исхудали. Въ іюнѣ прососы стали плохими, дорога невозможною. Собаки, лыжи и санныя полозья глубоко врѣзывались въ мокрый снѣгъ; число собакъ постепенно уменьшалось. Проходить было почти невозможно, но другого выбора у насъ не было, и мы тащились впередъ; наши порціи и порціи собакъ были уменьшены до минимума. Мы все ждали увидѣть землю, но напрасно. 15 іюня, мы направились на сѣверо-западъ до $82^0 26'$. Я думалъ, что мы приближаемся къ Капъ-Флигелю, но мы по прежнему не видали никакой земли. Положеніе становилось все болѣе и болѣе загадочнымъ, дорога—хуже. Наконецъ, 22 іюня, мы застрѣлили большого тюленя и рѣшились ждать, пока не растаетъ снѣгъ; мы питались тюленьимъ мясомъ; убили также трехъ медвѣдей; у насъ остались только 2 собаки, которыхъ мы хорошо кормили мясомъ. 23 іюля, мы отправились дальше и, наконецъ, 24 іюля, увидѣли неизвѣстную намъ землю. Ледъ вездѣ былъ разбитъ на небольшія льдины; образовавшіеся между ними прососы были наполнены кусками льда, и не было возможности проходить ихъ въ каюкахъ. Намъ пришлось балансировать съ одной льдины на другую съ громаднымъ напряженіемъ. Мы достигли земли только 6 августа на $81^0 38'$ сѣв. шир. и приблизительно 63 град. восточной долготы. Это были 3 совершенно покрытые снѣгомъ острова, которые я назвалъ „Виттенландъ". Мы остановились у ихъ побережья на западѣ въ открытомъ морѣ и 12-го августа открыли большую землю. 18 августа мы были заперты льдомъ на цѣлую недѣлю и 26 августа достигли какой-то земли на $81^0 12'$ сѣв. шир. и 56 вост. долг., казавшейся удобною для перезимованія Мы нашли необходимымъ остановиться и приготовиться къ зимѣ, такъ какъ было поздно предпринять долгое путешествіе на Шпицбергенъ. Убивали медвѣдей для корма, моржей для топки; мы построили лачужку изъ камней, земли и моха, крышу покрыли шкурами моржей, а сверху снѣгомъ, сало употребляли для варки, свѣчъ и отопленія; медвѣжье мясо и сало были нашею единственною пищей, медвѣжья шкура—нашею постелью и спальными мѣшками. Зимою было хорошо; наше здоровье было отлично. Наступила наконецъ, весна съ солнечнымъ сіяніемъ и съ открытымъ моремъ на западѣ и юго-западѣ; мы надѣялись на скорое путешествіе по льду къ Шпицбергену. Мы должны были сшить себѣ платье, спальные мѣшки и проч. Провіантомъ служило гнилое медвѣжье мясо и сало; мы ожидали встрѣтить по дорогѣ достаточно птицы. 19 мая мы были готовы въ путь и 23 мая встрѣтили открытое море на $81^0 5'$ сѣв. шир., но намъ мѣшали бури до 3 іюня. Тогда мы открыли на 81^0 сѣв. шир. на западѣ большую землю, а открытое море тянулось къ западу у сѣверной стороны этой земли. Мы предпочли тогда отправиться на югъ по льду чрезъ широкій неизвѣстный проливъ и 1 іюня добрались до южной стороны этой земли, и къ западу ея нашли открытый заливъ. Мы плыли подъ парусами и гребли въ этомъ направленіи, чтобы съ западной стороны направиться къ Шпицбергену, но 18 іюня встрѣтили экспедицію Джексона, неожиданную радостную встрѣчу, и нашли гостепріимный пріемъ. Тогда мы узнали, что мы на Капъ-Флорѣ, и что мы направлялись къ югу черезъ проливъ, лежащій на западѣ отъ зунда Ausiria и большій чѣмъ этотъ".

Не смотря на сильный блескъ пламени ацетилена, который грозитъ совершенно вытѣснить свѣтильный газъ, температура его, какъ показали недавнія измѣренія, не превышаетъ 900^0, тогда какъ температура пламени свѣтильнаго газа достигаетъ 1400^0.

68-й Съѣздъ Нѣмецкихъ Естествоиспытателей и Врачей состоится въ настоящемъ году въ Франкфуртѣ-на-Майнѣ, отъ $^{9}/_{21}$ до $^{14}/_{26}$ сентября. — На $^{9}/_{21}$ сентября назначено общее собраніе, $^{10}/_{22}$, $^{11}/_{23}$ и $^{12}/_{24}$—засѣданія секцій. — Участникомъ Съѣзда можетъ быть всякій, интересующійся естествознаніемъ и медициной. Членскіе билеты стоятъ 15 марокъ и могутъ быть выписываемы отъ г. Hugo Metzler'a (Frankfurt a. M., am Salzhaus 3).

1 сентября въ Казани открытъ памятникъ Н. И. Лобачевскому.

$^{1}/_{13}$ іюля скончался въ Боннѣ на 67-мъ году извѣстный химикъ проф Августъ Кекуле фонъ Страдоницъ.

Скончались: извѣстный физикъ *Hipolit Fizeau* 77-и лѣтъ отъ роду, въ Venteuil; изслѣдователь Везувія *Людовикъ Пальміери*, 89 лѣтъ отъ роду; членъ Парижской Академіи, извѣстный математикъ и инженеръ *Amé-Henry Resal*.

ЗАДАЧИ.

№ 349. Фигура состоитъ изъ прямоугольника, къ одному изъ основаній котораго приложенъ полукругъ, а къ другому—равнобедренный треугольникъ. Пусть будетъ h—высота прямоугольника, $2r$ — его основаніе и x — высота треугольника. Каковы должны быть соотношенія между этими величинами, чтобы при данной площади фигуры периметръ ея былъ наименьшій?

П. Свѣшниковъ (Уральскъ).

№ 350. Къ одному изъ основаній цилиндра приложенъ конусъ, а къ другому - полушаръ. Пусть будетъ h—высота конуса, r—радіусъ общаго основанія цилиндра и конуса и въ то же время радіусъ полушара, H—высота цилиндра. Каковы должны быть соотношенія между этими величинами, чтобы при данномъ объемѣ всего этого тѣла поверхность его была наименьшая?

П. Свѣшниковъ (Уральскъ).

№ 351. Рѣшить уравненіе:

$$\sqrt[3]{x+60} - \sqrt[3]{x+4} = \tfrac{1}{3}\sqrt{35 - \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{24}}.$$

А. Казаровъ (Спб.).

№ 352. Показать, что если

$$x + y + z = 1,$$

то

$$x^2(1-x) + y^2(1-y) + z^2(1-z) > 6(1-2x)(1-2y)(1-2z)$$

и

$$\frac{(1-x)(1-y)(1-z)}{(1-2x)(1-2y)(1-2z)} > 8,$$

гдѣ x, y и z суть положительныя числа.

(Заимств.) *Я. Полушкинъ* (Знаменка).

№ 353. На сторонахъ BC, AC и AB треугольника ABC взяты соотвѣтственно точки (A_1, A_2), (B_1, B_2), $(C_1, C_2,)$ такъ, что

$$BA_1 = A_2C,\ CB_1 = B_2A,\ AC_1 = C_2B^{*)}.$$

Показать, что точки встрѣчи прямыхъ AB и A_2B_1, BC и B_2C_1, AC и A_1C_2 лежатъ на одной прямой.

Е. Буницкій (Одесса).

*) Такія точки называются *изотомическими*.

№ 354. Показать, что корни уравненія:

$$2x = \frac{(x-a)(x-b)}{x-c} + \frac{(x-b)(x-c)}{x-a} + \frac{(x-c)(x-a)}{x-b}$$

суть

$$1/2\left[a+b+c \pm \sqrt{a^2-(b-c)^2} \pm \sqrt{b^2-(a-c)^2} \pm \sqrt{c^2-(a-b)^2}\right],$$

гдѣ всѣ три корня берутся знакомъ со (+), или два со знакомъ (—), а третій съ (+).

(Заимств.) *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 283 (3 сер.). На плоскости дана точка A и на нѣкоторомъ разстояніи отъ нея проведена прямая, перпендикулярная къ плоскости. По прямой движется свѣтящаяся точка S. Опредѣлить уголъ, составленный лучемъ SA съ плоскостью, при которомъ сила свѣта въ точкѣ A есть наибольшая. (Задача Ламберта).

Пусть B есть основаніе прямой, перпендикулярной къ плоскости, α — искомый уголъ, f — сила свѣта точки S. Тогда максимальная степень освѣщенія точки A равна

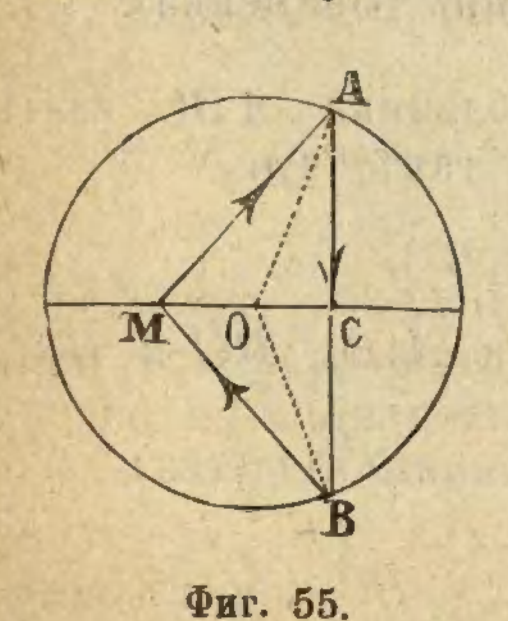
$$\frac{f.\sin\alpha}{\overline{AS}^2} = \frac{f.\sin\alpha.\cos^2\alpha}{\overline{AB}^2}.$$

Очевидно, что это выраженіе имѣетъ maximum, когда $\sin\alpha.\cos^2\alpha$ достигаетъ наибольшаго значенія, а $(\sin^2\alpha)^{1/2}.\cos^2\alpha$ имѣетъ maximum при

$$\frac{\sin^2\alpha}{1/2} = \cos^2\alpha, \text{ т. е. при } \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ и } \alpha = 35^0 15' 51{,}8''.$$

Д. (Тамбовъ); *В. Соковичъ* (Кіевъ); *ученики Кишиневскаго реальнаго училища В. и Л.*; *М. Зиминъ* (Орелъ).

№ 284 (3 сер.). На кругломъ бильярдѣ радіуса R находится въ точкѣ M на разстояніи d отъ центра шаръ; ударить его такимъ образомъ, чтобы онъ, отразившись два раза отъ борта, прошелъ черезъ M, не проходя черезъ центръ.



Фиг. 55.

Пусть шаръ движется сперва по направленію MA, затѣмъ по AB и наконецъ по BM (фиг. 55). Очевидно, что $\angle MAO = \angle OAB = \angle ABO = \angle OBM$; $\angle MAB = \angle MBA$ и $MO \perp AB$. Обозначимъ OC черезъ x и MA черезъ y. Имѣемъ:

$$\frac{y}{d} = \frac{\sqrt{R^2-x^2}}{x} \quad \dots\dots\dots\dots (1)$$

$$y^2 = R^2 - x^2 + (d+x)^2 = R^2 + 2dx + d^2.$$

Подставивъ это значеніе y въ уравненіе (1), получимъ по упрощеніи и сокращеніи на $(d+x)$:

$$2dx^2 + R^2x - R^2d = O,$$

откуда опредѣлимъ x.

Э. Заторскій (Вильно); *М. Зиминъ* (Орелъ); *Свищовъ* (Спб.).

№ 285 (3 сер.). Показать, что при всякомъ цѣломъ положительномъ n

$$\mathrm{cotg}a=\frac{\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2}-1\right)\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^3}-1\right)\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^5}-1\right)\ldots\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^{2n-1}}-1\right)\mathrm{cotg}\frac{a}{2^{2n}}}{\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^2}-1\right)\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^4}-1\right)\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^6}-1\right)\ldots\left(\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^{2n}}-1\right)}.$$

Представивъ извѣстную формулу

$$\mathrm{cotg}2a=\frac{\mathrm{cotg}^2a-1}{2\mathrm{cotg}a}$$

въ видѣ

$$4\mathrm{cotg}a\,.\,\mathrm{cotg}2a=\mathrm{cotg}^2a-1$$

и подставляя въ нее вмѣсто a послѣдовательно $\frac{a}{2}, \frac{a}{2^2}, \frac{a}{2^3}, \ldots \frac{a}{2^{2n}}$, получимъ $2n$ равенствъ:

$$2\mathrm{cotg}\frac{a}{2}\cdot\mathrm{cotg}a=\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2}-1,$$

$$2\mathrm{cotg}\frac{a}{2^2}\cdot\mathrm{cotg}\frac{a}{2}=\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^2}-1,$$

$$2\mathrm{cotg}\frac{a}{2^3}\cdot\mathrm{cotg}\frac{a}{2^2}=\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^3}-1,$$

. . . .

$$2\mathrm{cotg}\frac{a}{2^{2n}}\cdot\mathrm{cotg}\frac{a}{2^{2n-1}}=\mathrm{cotg}^2\frac{a}{2^n}-1.$$

Умноживъ 1-е изъ этихъ равенствъ на 3-е, 5-е, ... $(2n-1)$-е и раздѣливъ полученное произведеніе на произведеніе остальныхъ равенствъ, легко получимъ требуемое выраженіе.

Ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.; *Э. Заторскій* (Вильно); *М. Зиминъ* (Орелъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

№ 286 (3 сер.). Зная двѣ стороны треугольника, опредѣлить третью его сторону при условіи, что діаметръ описаннаго круга, перпендикулярный къ ней, дѣлитъ площадь этого треугольника на части, отношеніе которыхъ равно n.

Пусть BC есть неизвѣстная сторона треугольника ABC, D — средина BC; перпендикуляръ, возставленный изъ D къ BC пересѣкаетъ AB въ точкѣ E; AA_1 — высота треугольника ABC.

По условію задачи $AECD : BDE = n$, откуда

$$\frac{AEDC + BDE}{BDE} = n + 1 = \frac{ABC}{BDE}.$$

Но

$$ABC = \frac{BC \cdot AA_1}{2}, \quad BDE = \frac{BC \cdot DE}{4},$$

слѣдовательно

$$\frac{ABC}{BDE} = 2\frac{AA_1}{DE} = n + 1.$$

Замѣтивъ далѣе, что

$$AA_1 : DE = BA_1 : BD = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a} : \frac{a}{2} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{a^2},$$

получимъ уравненіе

$$\frac{a^2 + c^2 - b^2}{a^2} = \frac{n+1}{2},$$

откуда

$$a = \sqrt{\frac{2(c^2 - b^2)}{n - 1}}$$

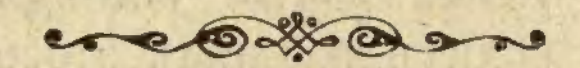
М. Зиминъ (Орелъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *В. Соковичъ* (Кіевъ); *Свищовъ* (Спб.); *Э. Заторскій* (Вильно).

ПРИСЛАНЫ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ и БРОШЮРЫ:

43. **Н. И. Лобачевскій и основанія его геометрической системы.** Популярное изложеніе. Рѣчь, произнесенная въ актовомъ залѣ Новозыбковскаго Реальнаго Училища въ присутствіи Педагогическихъ Совѣтовъ Реальнаго Училища и Женской Гимназіи, а также учениковъ и ученицъ высшихъ классовъ 28 ноября 1893 года преподавателемъ математики З. Архимовичемъ. Кіевъ. 1895. Ц. 15 коп. Складъ изданія у автора (г. Кіевъ, Коллегія Павла Галагана).

44. **Константиновская магнитная и метеорологическая обсерваторія въ Павловскѣ (близъ С.-Петербурга).** *Г. Вильдъ.* Перевелъ съ нѣмецкаго *І. А. Керсновскій.* Съ портретомъ Е. И. В. Великаго Князя Константина Николаевича, 12 таблицами и 7 политипажами. Спб. 1896.

45. **Типы путей циклоновъ въ Европѣ по наблюденіямъ 1872—1887 гг.** Обработалъ *М. Рыкачевъ.* Съ тремя приложеніями и 62 картами (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Т. III. № 3). Спб. 1896. Ц. 3 р. 40 к.



Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 19-го Сентября 1896 г.
„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.